

УДК 519.635(043.2)

## РІВНЯННЯ СТАНУ ЛІНІЙНОГО RC – ЛАНЦЮГА

Микола Савченко , Дмитро Довгоша  
 Національний авіаційний університет, Київ

Науковий керівник – Роксолана Ткаченко, асистент

Ключові слова: рівняння стану, рівняння спостереження, лінійний ланцюг.

## Вступ

З кожним днем зростають обсяги інформації, необхідної для управління в промисловості. Існують різні види передачі інформації. Найбільш перспективним напрямком техніки електрозв'язку є теорія електричного зв'язку, в якій використовуються різні моделі передачі сигналів, повідомлень.

## Матеріали та методи

Розглянемо один із оригінальних підходів до побудови математичної моделі каналів, запропонованої в роботі [1], на простому прикладі.

Стан- це множина величин, що однозначно визначають поведінку ланцюга в деякий момент часу. Елементи цієї множини – це змінні стану.  $x(t)$  – це функція, яка описує вхідний сигнал, а  $y(t)$  – це функція, яка описує сигнал на виході. Рівняння, що описує сигнал на вході – це рівняння стану, а на виході – рівняння спостереження.

Побудуємо математичну модель каналу, при якому задається початковий стан ланцюга і його характеристики, що діють на проміжку часу від  $t_0$  до  $t_1$ , і визначають вихідний сигнал і новий стан ланцюга в будь який момент часу  $t > t_0$  для простого лінійного RC-ланцюга, де вихідна напруга  $y(t)$  пов'язана із вхідною напругою  $u(t)$ .

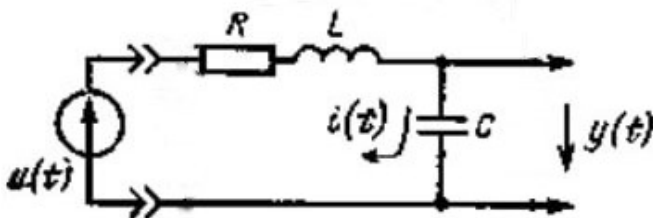


Рис.1. RC-ланцюг

В цьому ланцюзі наявні: котушка, конденсатор, опір. Згідно роботи [1] вихідна напруга  $y(t)$  пов'язана із вхідною напругою  $u(t)$  диференціальним рівнянням:

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = F\bar{x}(t) + \bar{G}u(t) \quad (1)$$

F-функція, яка задається матрицею, описує зміну стану системи залежно від поточного стану  $\vec{x}(t)$  та вхідного сигналу  $u(t)$ .  $\vec{G}$  - функція, яка описує вихідний сигнал  $y(t)$  залежно від поточного стану  $\vec{x}(t)$  та вхідного сигналу  $u(t)$ .

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad 2\alpha = \frac{R}{L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{LC}$$

Рівняння спостереження має вигляд:  $x_1(t) = y(t); \quad x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt}$ .

### Результати

Розглянемо конкретний приклад лінійного RC - ланцюга. Задамо вхідні дані:

$$u(t) = 7V; \quad R = 3 \cdot 10^3 \text{ Ом}; \quad C = 6 \cdot 10^{-9} \text{ нФ}; \quad L = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

З формули (1) маємо:

$$\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_0 \end{pmatrix} u(t), \quad \begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2(t) \\ -x_1(t)\omega_0^2 - 2\alpha x_2(t) + \omega_0 u(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1'(t) = x_2(t) \\ x_2'(t) = -x_1(t)\omega_0^2 - 2\alpha x_2(t) + \omega_0 u(t) \end{cases} \quad x_1'' + \frac{R}{L} x_1' + \frac{1}{L^2 C^2} x_1 = \frac{u(t)}{LC}.$$

$$k^2 + \frac{R}{L}k + \frac{1}{L^2 C^2} = 0. \quad k_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{L^2 C^2}}}{2}. \quad k_{1,2} = -50000 \pm 74084507.14i$$

Тоді загальний розв'язок однорідного рівняння матиме вигляд

$$\vec{x}_1 = e^{-50000t} (C_1 \cos 74084507.14t + C_2 \sin 74084507.14t)$$

Частинний розв'язок неоднорідного рівняння шукатимемо у вигляді:

$$\vec{x}_1^* = A, \quad \vec{x}_1'^* = 0, \quad \vec{x}_1''^* = 0$$

$$\frac{1}{L^2 C^2} A = \frac{u(t)}{LC} \Rightarrow A = LCu(t), \quad A = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{-9} \cdot 7 = 126 \cdot 10^{-11}.$$

Тоді загальний розв'язок неоднорідного рівняння матиме вигляд:

$$x_1 = y(t) = e^{-50000t} (C_1 \cos 74084507.14t + C_2 \sin 74084507.14t) + 126 \cdot 10^{-11}.$$

### Висновок

Ми отримали рівняння, яке виражає математичну модель даного каналу.

### Список використаних джерел:

1. Гусев О.Ю. Теорія електричного зв'язку: навчальний посібник.

<http://tks.nau.edu.ua/wp-content/uploads/2016/10/TEORIYA-ELEKTRYCHNOGOZVYAZKU.pdf> [3.6 с. 116-118]